3-2 حل المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني

السابق:
- قمت بتمثيل المعادلات الخطية بيانيًا مستخدمًا الجداول وإيجاد الجذور والأصفار والتقاطعات مع المحاور.

الحالي:
1. تحلّ المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني.
2. تقدّر حلول المعادلة الخطية عن طريق التمثيل البياني.

لماذا؟:
- يمكن أن تختلف تكلفة دعامات تقويم الأسنان بشكل كبير. يظهر التمثيل البياني رصيد تكاليف العلاج مع عمليات الدفع التي تمت. يتم تمثيل ذلك بواسطة الدالة $b = -85p + 5100$، حيث p يمثل عدد عمليات دفع المبلغ AED 85 التي تمت. ويمثل b الرصيد المتبقي.

مفردات جديدة

الدالة الخطية (linear function)
الدالة الأصلية (parent function)
مجموعة التمثيلات البيانية (family of graphs)
الجذر (root)
الأصفار (zeros)

ممارسات رياضية
استخدام النماذج الرياضية.

1 الحل عن طريق التمثيل البياني

الدالة الخطية هي دالة يكون التمثيل البياني لها عبارة عن خط مستقيم. أبسط دالة خطية هي $f(x) = x$ وتُسمى **الدالة الأصلية** لمجموعة الدوال الخطية. **مجموعة التمثيلات البيانية** هي مجموعة من رسوم التمثيل البياني التي لها سمة مشابهة واحدة أو أكثر.

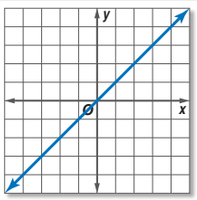
مفهوم أساسي الدالة الخطية

الدالة الأصلية: $f(x) = x$

نوع التمثيل البياني: خطي مستقيم

المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الحقيقية

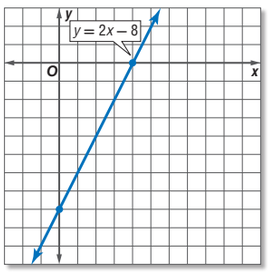


حل المعادلة أو **جذرها** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة.
المعادلة الخطية لها جذر واحد بالحد الأقصى. يمكنك إيجاد جذر المعادلة عن طريق التمثيل البياني للدالة ذات الصلة الخاصة بالمعادلة. لكتابة الدالة ذات الصلة الخاصة بمعادلة، عوّض 0 محل $f(x)$.

المعادلة الخطية	الدالة ذات الصلة
$2x - 8 = 0$	$y = 2x - 8$ أو $f(x) = 2x - 8$

قيم x بالنسبة للمعادلة $f(x) = 0$ تُسمى **أصفار** الدالة f. يقع صفر الدالة في التقاطع مع المحور الأفقي x للدالة. جذر المعادلة هو قيمة التقاطع مع المحور الأفقي x. إذًا:

- 4 هو التقاطع مع المحور الأفقي x للمعادلة $2x - 8 = 0$.
- 4 هو حل $2x - 8 = 0$.
- 4 هو جذر $2x - 8 = 0$.
- 4 هو صفر $f(x) = 2x - 8$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-2 مثّل المعادلات الخطية بيانيًا مستخدمًا الجداول وإيجاد الجذور والأصفار والتقاطعات مع المحاور.

الدرس 3-2 حل المعادلات عن طريق التمثيل البياني. تقدير الحلول لمعادلة معينة عن طريق التمثيل البياني.

بعد الدرس 3-2 حدد ميل خط معين.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- إذا قام أحد الوالدين بدفع 20 دفعة على دعامات ابنته، فما الرصيد المتبقي المطلوب دفعه؟
  AED 3400
- كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني للإجابة عن السؤال؟ أوجد 20 على محور p. انظر إلى نقطة تقاطع الخط الرأسي المار بالعدد 20 مع الخط. انتقل إلى المحور b لقراءة القيمة.
- كيف يمكن أن يستخدم أحد الوالدين التمثيل البياني لمعرفة عدد الدفعات إجمالًا؟ أوجد نقطة تقاطع التمثيل البياني مع محور p. يتقاطع التمثيل البياني عند العدد 60، لذا سيكون إجمالي الدفعات هو 60 دفعة.

CH03.indb 163 8/20/2016 1:57:06 AM

1 إيجاد الحل باستخدام التمثيل البياني

المثال 1 يوضح كيفية حل معادلة معينة لها جذر واحد جبريًا وعن طريق التمثيل البياني. **المثال 2** يوضح كيفية حل معادلة ليس لها حل جبري وعن طريق التمثيل البياني.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حل كل معادلة.

a. $0 = \frac{1}{2}x + 3$ -6

b. $2 = \frac{1}{3}x + 3$ -3

2 حل كل معادلة.

a. $2x + 5 = 2x + 3$

لا يوجد حل

b. $5x - 7 = 5x + 2$

لا يوجد حل

التركيز على محتوى الرياضيات

المعادلات المتطابقة هي معادلة خطية في متغير واحد ولها جذر واحد في الأغلب. توجد معادلات لها متغير واحد يتضمن عددًا لا نهائي من الجذور، ولكنها ليست معادلات خطية. على سبيل المثال، $2x - 8 = 2(x - 4)$ عند تحويلها لأبسط صورة تصبح $0 = 0$ أو $2x - 8 = 2x - 8$. هذا يعني أن أي قيمة يتم اختيارها لـ x تُعد بمثابة حل.

نصائح للمعلمين الجدد

ترميز الدالة اشرح للطلاب أن $f(x)$ هو ترميز خاص، ولا يمثل "f" مضروبًا في "x".

مثال 1 حل معادلة ذات جذر واحد

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

a. $0 = \frac{1}{3}x - 2$

الطريقة 1 أوجد الحل جبريًا.

$0 = \frac{1}{3}x - 2$	المعادلة الأصلية
$0 + 2 = \frac{1}{3}x - 2 + 2$	اجمع 2 إلى كل طرف.
$3(2) = 3\left(\frac{1}{3}x\right)$	اضرب كل طرف في 3.
$6 = x$	أوجد الحل.

الحل هو 6.

b. $3x + 1 = -2$

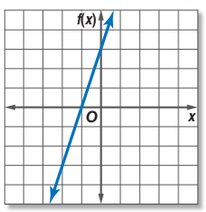
الطريقة 2 أوجد الحل باستخدام التمثيل البياني.

أوجد الدالة ذات الصلة. أعد كتابة المعادلة بصفر على الطرف الأيمن.

$3x + 1 = -2$	المعادلة الأصلية
$3x + 1 + 2 = -2 + 2$	اجمع 2 إلى كل طرف.
$3x + 3 = 0$	حوّل لأبسط صورة.

الدالة ذات الصلة هي $f(x) = 3x + 3$. لتمثيل الدالة بيانيًا، ارسم جدولاً.

$(x, f(x))$	$f(x)$	$f(x) = 3x + 3$	x
$(-2, -3)$	-3	$f(-2) = 3(-2) + 3$	-2
$(-1, 0)$	0	$f(-1) = 3(-1) + 3$	-1



يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند -1 إذًا، الحل هو -1.

نصيحة دراسية

الأصفار من الجداول

يقع الصفر عند التقاطع مع المحور الأفقي x. لذا فإن قيمة y ستساوي 0. عندما تنظر إلى الجدول، فإن الصفر هو قيمة المحور الأفقي x عندما تكون $y = 0$.

تمرين موجه

1A. $0 = \frac{2}{5}x + 6$ -15

1B. $-1.25x + 3 = 0$ 2.4 أو $\frac{12}{5}$

بالنسبة للمعادلات التي لها نفس المتغير في كلا طرفي المعادلة، استخدم الجمع أو الطرح لضم الحدود ذات المتغيرات في طرف واحد. ثم قم بحلها.

مثال 2 حل معادلة ليس لها حل

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

a. $3x + 7 = 3x + 1$

الطريقة 1 أوجد الحل جبريًا.

$3x + 7 = 3x + 1$	المعادلة الأصلية
$3x + 7 - 1 = 3x + 1 - 1$	اطرح 1 من كل طرف.
$3x + 6 = 3x$	حوّل لأبسط صورة.
$3x - 3x + 6 = 3x - 3x$	اطرح $3x$ من كل طرف.
$6 = 0$	حوّل لأبسط صورة.

الدالة ذات الصلة هي $f(x) = 6$. جذر المعادلة الخطية هو قيمة x عندما $f(x) = 0$. بما أن $f(x)$

التعليم المتمايز OL AL

إذا يجد الطلاب صعوبة في التمثيل البياني للمعادلات،

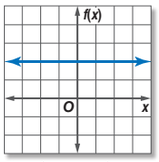
عندئذ فكر في جعلهم يعملون في مجموعات صغيرة للعمل على حل مسائل مثل المثال 1b. جهز شبكة إحداثيات كبيرة على أرضية مقسمة إلى مربعات. قم بتعيين عضو أو عضوين من المجموعة لإعداد جدول من القيم. ثم اطلب من الطلاب الوقوف على الشبكة على الأزواج المرتبة وإمساك خيط بينها، والاقتراب من الأرضية لتمثيل الخط. اطلب من أحد الطلاب تحديد نقطة تقاطع الخيط مع المحور الأفقي x.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

CH03.indb 164 8/20/2016 1:57:07 AM

b. $2x - 4 = 2x - 6$

الطريقة 2 أوجد الحل باستخدام التمثيل البياني.



$2x - 4 = 2x - 6$	المعادلة الأصلية
$2x - 4 + 6 = 2x - 6 + 6$	اجمع 6 إلى كل طرف.
$2x + 2 = 2x$	حوّل لأبسط صورة.
$2x - 2x + 2 = 2x - 2x$	اطرح $2x$ من كل طرف.
$2 = 0$	حوّل لأبسط صورة.

مثّل بيانيًا الدالة ذات الصلة التي هي $f(x) = 2$. لا يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. إذًا، ليس لها حل.

تمرين موجه

2A. $4x + 3 = 4x - 5$ **ليس لها حل** **2B.** $2 - 3x = 6 - 3x$ **ليس لها حل**

2 تقدير الحلول عن طريق التمثيل البياني

قد يقدم التمثيل البياني تقديرًا فحسب. في هذه الحالات، قم بحل المعادلات جبريًا لإيجاد الحل الدقيق.

مثال 3 من الحياة اليومية التقدير عن طريق التمثيل البياني

جولات ركوب الألعاب ستذهب أسماء إلى مهرجان محلي للألعاب. الدالة $m = 20 - 0.75r$ تمثل المبلغ المالي m المتبقي معها بعد جولات ركوب للألعاب عددها r بمدينة الملاهي. أوجد صفر هذه الدالة. صف ما تعنيه هذه القيمة في هذا السياق.

أنشئ جدولاً من القيم.

r	$m = 20 - 0.75r$	m	(r, m)
0	$m = 20 - 0.75(0)$	20	(0, 20)
5	$m = 20 - 0.75(5)$	16.25	(5, 16.25)

يبدو التمثيل البياني متقاطعًا مع المحور r عند 27.

بعد ذلك، حل المعادلة جبريًا للتحقق.

$m = 20 - 0.75r$	المعادلة الأصلية
$0 = 20 - 0.75r$	عوّض 0 محل m.
$0 + 0.75r = 20 - 0.75r + 0.75r$	اجمع $0.75r$ إلى كل طرف.
$0.75r = 20$	حوّل لأبسط صورة.
$\frac{0.75r}{0.75} = \frac{20}{0.75}$	اقسم كل طرف على 0.75.
$r \approx 26.67$	حوّل لأبسط صورة وقرّب إلى أقرب مئة.

صفر هذه الدالة هو 26.67 تقريبًا. بما أن أسماء لا يمكنها أن تركب جزءًا من جولة للعب، فإنه يمكنها ركوب 26 لعبة قبل أن ينفد المال الذي يحوزتها.

3. يجب أن يبيع فصل سعيد 30 قطعة حلوى قبل أن يحقق أرباحًا.

تمرين موجه

3. المعرفة المالية يبيع فصل سعيد الحلوى لجمع أموال للقيام برحلة على مستوى الفصل. ودفعوا 45 AED مقابل الحلوى، وهم يبيعون قطعة الحلوى بسعر 1.50 AED. الدالة $y = 1.50x - 45$ تمثل ربحهم y عندما يبيعون x من قطع الحلوى. أوجد الصفر، وصف ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

مهن في حياتنا

مدير العروض الترفيهية

يشرف مدير العروض الترفيهية على الاختبارات التقنية للعروض، ويطلب ترتيب مضمون العروض ويحدد مواعيدها ومن يؤديها. ويدرب الموظفين، ويستضيف المواهب، ويدير النفقات. يحتاج مديرو العروض الترفيهية إلى حيازة درجة جامعية في أحد المجالات مثل الاتصالات أو المسرح.

2 تقدير الحلول عن طريق التمثيل البياني

مثال 3 يوضح كيفية تقدير الصفر لدالة معينة عن طريق التمثيل البياني للدالة.

مثال إضافي

3 جمع التبرعات يبيع صف فاطمة الدراسي بطاقات تهنئة لجمع المال لشراء معدات كرة قدم جديدة. وقد دفعوا 115 AED مقابل البطاقات، وهم يبيعون كل بطاقة بسعر 1.75 AED. الدالة $y = 1.75x - 115$ تمثل ربحهم y من بيع x بطاقة تهنئة. أوجد الصفر لهذه الدالة. صف ما تعنيه هذه القيمة في هذا السياق.

حوالي 65.71؛ يجب أن يبيعوا 66 بطاقة لكي يربحوا.

نصائح للمعلمين الجدد

الاستنتاج انصح الطلاب بالبحث عن كلمات أساسية لوصف الحالات التي قد يكون من الضروري فيها تقريب التقدير لعدد أكبر أو أصغر. على سبيل المثال، إذا لم ترغب في الحصول على عدد قليل جدًا، فيجب عليك التقريب إلى عدد أكبر. وإذا لم ترغب في الحصول على عدد كبير جدًا، فيجب عليك التقريب إلى عدد أصغر.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في مجموعات لشرح كيفية حل معادلة خطية بالتمثيل البياني. اطلب منهم التحقق من إجاباتهم عن طريق حل المعادلات جبريًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 165 8/20/2016 1:57:07 AM

التحقق من فهمك

المثالان 1-2 حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

1. $-2x + 6 = 0$ **3**
2. $-x - 3 = 0$ **−3**
3. $4x - 2 = 0$ $\frac{1}{2}$
4. $9x + 3 = 0$ $-\frac{1}{3}$
5. $2x - 5 = 2x + 8$ **ليس لها حل**
6. $4x + 11 = 4x - 24$ **ليس لها حل**
7. $3x - 5 = 3x - 10$ **ليس لها حل**
8. $-6x + 3 = -6x + 5$ **ليس لها حل**

المثال 3

9. **الصحف** الدالة $w = 30 - \frac{3}{4}n$ تمثل الوزن w بالأرطال للورق في حقيبة توصيل الصحف الخاصة بطارق بعد توصيله لعدد n من الصحف. أوجد الصفر ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

يجب على طارق توصيل 40 صحيفة لكي يصبح وزن الورق في حقيبته 0 رطل.

التمرين وحل المسائل

12. ليس لها حل 13. ليس لها حل 17. ليس لها حل 18. ليس لها حل

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

10. $0 = x - 5$ **5**
11. $0 = x + 3$ **−3**
12. $5 - 8x = 16 - 8x$
13. $3x - 10 = 21 + 3x$
14. $4x - 36 = 0$ **9**
15. $0 = 7x + 10$ $-\frac{10}{7} = -1\frac{3}{7}$
16. $2x + 22 = 0$ **−11**
17. $5x - 5 = 5x + 2$
18. $-7x + 35 = 20 - 7x$
19. $-4x - 28 = 3 - 4x$ **ليس له حل**
20. $0 = 6x - 8$ $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
21. $12x + 132 = 12x - 100$ **ليس له حل**

المثال 3

22. **المراسلة النصية** يرسل عدنان رسائل نصية إلى أصدقائه. الدالة $y = 160 - x$ تمثل عدد الأحرف y التي يمكن أن تحتويها الرسالة بعد كتابة عدنان x أحرف.
أوجد الصفر، ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف. **انظر الهامش.**

23. **قسائم الهدايا** حصلت عائشة على قسيمة هدايا بقيمة 50 AED لتنزيل الأناشيد بمناسبة تخرجها. الدالة $m = -0.50d + 50$ تمثل المبلغ المالي m المتبقي في القسيمة بعد تنزيل عدد من الأناشيد يبلغ d. أوجد الصفر، ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.
100؛ يمكنها تنزيل 100 نشيد إجمالاً قبل استنفاد قسيمة الهدايا بالكامل.

B حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

24. $-7 = 4x + 1$ **−2**
25. $4 - 2x = 20$ **−8**
26. $2 - 5x = -23$ **5**
27. $10 - 3x = 0$ $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
28. $15 + 6x = 0$ $-\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$
29. $0 = 13x + 34$ $-\frac{34}{13} = -2\frac{8}{13}$
30. $0 = 22x - 10$ $\frac{5}{11}$
31. $25x - 17 = 0$ $\frac{17}{25}$
32. $0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x$ $-\frac{3}{4}$
33. $0 = \frac{3}{4} - \frac{2}{5}x$ $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$
34. $13x + 117 = 0$ **−9**
35. $24x - 72 = 0$ **3**

36. **مستوى البحر** تقع أجزاء من نيو أورليانز تحت مستوى البحر بمعدل 0.5 متر. بعد d أيام من هطول الأمطار، المعادلة $w = 0.3d - 0.5$ تمثل مستوى الماء w بالأمتار. أوجد الصفر، ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف. **انظر الهامش.**

37. **صنع النماذج** أكمل فنانٌ نحتَ تمثال من الثلج عندما كانت درجة الحرارة $-10°C$. المعادلة $t = 1.25h - 10$ تعرض درجة الحرارة بعد إكمال نحت التمثال بمقدار h من الساعات. إذا أكمل الفنان التمثال في الساعة 8:00 ص، فبأي ساعة سيبدأ التمثال بالذوبان؟ **4:00 م**

38–43. انظر ملحق إجابات الوحدة 3 المتعلق بالتمثيلات البيانية.

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

38. $7 - 3x = 8 - 4x$ **1**
39. $19 + 3x = 13 + x$ **−3**
40. $16x + 6 = 14x + 10$ **2**
41. $15x - 30 = 5x - 50$ **−2**
42. $\frac{1}{2}x - 5 = 3x - 10$ **2**
43. $3x - 11 = \frac{1}{3}x - 8$ $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

تنبيه للتمرين

ورق التمثيل البياني التمارين 38-44 تتطلب استخدام ورق التمثيل البياني.

تدريس الممارسات الرياضية

التمثيل بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات تفسير النتائج الرياضية بانتظام في سياق الحالة. في التمرين 37. يجب أن يعلم الطلاب أو يحسبون درجة الحرارة عندما يبدأ الثلج في الذوبان. وضّح أن درجة الحرارة t هي درجة الحرارة بالدرجات المئوية.

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 46، يجب أن يدرك الطلاب أن شيماء لم تحوّل لأبسط صورة $x + 5 = 4$ بشكل صحيح.

إجابات إضافية

22. 160؛ اكتملت الرسالة النصية بعد أن كتب خالد 160 حرفًا.

36. $d \approx 1.67$؛ مستوى الماء في نيوأورليانز قد وصل إلى مستوى البحر بعد 1.67 يومًا تقريبًا من المطر.

48. الإجابة النموذجية: من الأفضل حل المعادلة جبريًا إذا كان المطلوب إجابة دقيقة. من الأفضل الحل بالتمثيل البياني إذا لم يكن المطلوب إجابة دقيقة.

50. الإجابة النموذجية: لحل معادلة خطية جبريًا، حل المعادلة لإيجاد x. لحل معادلة خطية جبريًا، أوجد الدالة ذات الصلة عن طريق تحديد المعادلة المساوية للصفر. ثم أعد جدولاً واختر قيمًا مختلفة للإحداثي x وأوجد الإحداثي y المقابل. حدد أين يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. هذا هو الحل. إذا كان التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور الأفقي x، فلن يوجد حل.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10–23, 46, 48–67	11–23, 51–54 فردي	10–22, 46, 48–50, 55–67 زوجي
OL أساسي	11–43, 36, 44–46, 48–67 فردي	10–23, 51–54	24–46, 48–50, 55–67
BL متقدم	24–60, (اختياري: 61–67)		

CH03.indb 166 8/20/2016 1:57:08 AM

تدريس الممارسات الرياضية

الأدوات يفكر الطلاب المتفوقون في الرياضيات بالأدوات المتاحة أثناء حل مسألة رياضية. في التمرين 48، وضّح للطلاب أن العديد من الأدوات والطرق تكون فعالة عادة في حل مسألة معينة.

44. منتجات الشعر منعم الشعر الكيميائي يجعل الشعر المجعد مفرودًا وناعمًا. النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية يتم تمثيلها بالمعادلة $p = -12.5t + 100$، حيث t هو الزمن بالدقائق الذي يُترك خلاله المحلول على الشعر. ويمثل p النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

a. أوجد صفر هذه الدالة. 8

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا لهذا الموقف. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

c. وضح ما يمثله الصفر في هذا السياق.

44c. لا بد من أن يظل المحلول على الشعر لمدة 8 دقائق لتكتمل فعاليته.

d. حدد المجال والمدى المحتملين لهذه الدالة.
D: $\{t \mid 0 \le t \le 8\}$, R: $\{p \mid 0 \le p \le 100\}$

45 تنزيلات الأناشيد في هذه المسألة، ستتحرى التغير بين كميتين.

a. انسخ الجدول، وأكمله.

عدد الأناشيد التي تم تنزيلها	إجمالي التكلفة (AED)	إجمالي التكلفة / عدد الأناشيد التي تم تنزيلها
2	4	2
4	8	2
6	12	2
8	16	2
10	20	2

b. مع زيادة عدد الأناشيد التي تم تنزيلها، كيف يتغير إجمالي التكلفة؟ يزداد بمعدل 4 لكل نشيدين يتم تنزيلهما

c. فسّر قيمة إجمالي التكلفة المقسومة على عدد الأناشيد التي تم تنزيلها. تكلفة تنزيل النشيد الواحد تبلغ 2 AED.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. لم تقم سها وسالي بطرح العدد 5 من كل طرف بالمعادلة.

46. تحليل الخطأ تحل سها وسالي المعادلة $3x + 5 = 2x + 4$ عن طريق تمثيل الدالة ذات الصلة بيانيًا. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

سها

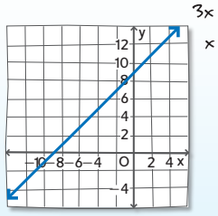
$3x + 5 = 2x + 4$

$x + 5 = 4$

$y = x + 5 + 4$

$y = x + 9$

$x = -9$



سالي

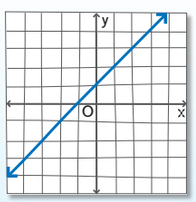
$3x + 5 = 2x + 4$

$x + 5 = 4$

$x + 1 = 0$

$y = x + 1$

$x = -1$



47. مسألة تحفيزية أوجد حل $\frac{2}{3}(x + 3) = \frac{1}{2}(x + 5)$ عن طريق التمثيل البياني. تحقق من حلك جبريًا. 3

48. أدوات وضح الحالات التي يكون فيها من الأفضل حل المعادلة باستخدام الأساليب الجبرية أو التمثيل البياني. انظر الهامش.

49. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة خطية لها الجذر $-\frac{3}{4}$. واكتب الدالة ذات الصلة الخاصة بالمعادلة. الإجابة النموذجية: $3 + 4x = 0$; $y = 3 + 4x$ $f(x) = 3 + 4x$

50. الكتابة في الرياضيات لخص طريقة حل المعادلة الخطية جبريًا وبيانيًا. انظر الهامش.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

167

CH03.indb 167 8/20/2016 1:57:09 AM

4 التقويم

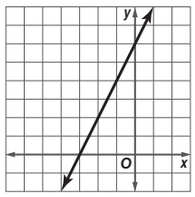
أخبار الأمس اطلب من الطلاب الكتابة عن كيف ساعدهم درس الأمس حول التمثيل البياني للمعادلات الخطية في المادة الجديدة اليوم.

التقويم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب للدروس 3-1 و 3-2.

تمرين على الاختبار المعياري

51. ما هي التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني للدالة؟ **A**



A $-3, 6$ **C** $3, -6$
B $6, -3$ **D** $-6, 3$

52. يعرض الجدول التكلفة C لإيجار زورق عائم لعدد h ساعات.

الساعات	1	2	3
التكلفة (AED)	7.25	14.5	21.75

أي معادلة تمثل البيانات بصورة أفضل؟ **F**

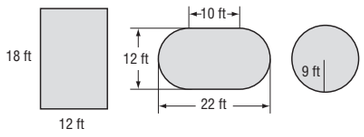
F $C = 7.25h$ **H** $C = 21.75 - 7.25h$
G $C = h + 7.25$ **J** $C = 7.25h + 21.75$

53. ما أفضل تقدير للتقاطع مع المحور الأفقي x للتمثيل البياني الخاص بالدالة الخطية الممثلة في الجدول؟ **B**

x	y
0	5
1	3
2	1
3	−1
4	−3

A بين الرقمين 0 و 1
B بين الرقمين 2 و 3
C بين الرقمين 1 و 2
D بين الرقمين 3 و 4

54. إجابة مطولة يُتاح أمام الأستاذ كرم الخيارات التالية لحمام السباحة في الفناء الخلفي.



إذا كان كل حمام سباحة له العمق نفسه، فأي حمام سباحة سيتيح أكبر مساحة للسباحة؟ اشرح استدلالك.

حمام السباحة الحلقي؛ حمام السباحة الحلقي ذو مساحة $\approx 254.5 \text{ ft}^2$، وهو أكبر من حمام السباحة المستطيلي الذي مساحته 216 ft^2 = وحمام السباحة الدائري الذي مساحته $\approx 233 \text{ ft}^2$.

مراجعة شاملة

أوجد التقاطع مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للتمثيل البياني لكل معادلة خطية. (الدرس 3-1)

55. $y = 2x + 10$ **$-5, 10$**

56. $3y = 6x - 9$ **$\frac{3}{2}, -3$**

57. $4x - 14y = 28$ **$7, -2$**

58. الطعام إذا كان الحليب من صنف 2% يحتوي على 2% من دهن الحليب، وتحتوي القشدة المخفوقة على 9% من دهن الحليب، فما كمية القشدة المخفوقة والحليب ذي الدسم 2% التي يجب مزجها للحصول على 35 جالونًا من الحليب الذي يحتوي على 4% من دسم الحليب؟ (الدرس 2-9) **10 gal من القشدة، 25 gal من حليب دسمه 2%**

ترجم كل عبارة إلى معادلة. (الدرس 1-2)

59. حاصل ضرب 3 في m زائد 2 في n هو نفسه ناتج قسمة 4 على p. **$3m + 2n = \frac{4}{p}$**

60. مجموع x وخمسة أمثال y يساوي ضعفي z ناقص 7. **$x + 5y = 2z - 7$**

مراجعة المهارات

حوّل لأبسط صورة.

61. $\frac{25}{10}$ **$\frac{5}{2}$**

62. $\frac{-4}{-12}$ **$\frac{1}{3}$**

63. $\frac{6}{-12}$ **$-\frac{1}{2}$**

64. $\frac{-36}{8}$ **$-\frac{9}{2}$**

أوجد قيمة $\frac{a-b}{c-d}$ للقيم المعطاة.

65. $a = 6, b = 2, c = 9, d = 3$ **$\frac{2}{3}$**

66. $a = -8, b = 4, c = 5, d = -3$ **$-\frac{3}{2}$**

67. $a = 4, b = -7, c = -1, d = -2$ **11**

التعليم المتمايز BL OL

التوسع حل $\frac{1}{3}x - 1 > 0$. $x > 3$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 168 8/20/2016 1:57:09 AM

3-2 التوسع
مختبر تقنية التمثيل البياني
تمثيل الدوال الخطية بيانيًا

ممارسات رياضية
استخدم الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

تكمن قدرة حاسبة التمثيل البياني في إمكانية تمثيل أنواع مختلفة من المعادلات بيانيًا بدقة وسرعة. عن طريق إدخال معادلة واحدة أو أكثر في الحاسبة، يمكنك عرض خصائص التمثيل البياني، مثل التقاطع مع المحور الأفقي x، والتقاطع مع المحور الرأسي y، ونقطة الأصل، ونقاط التقاطع، وإحداثيات نقاط محددة.

غالبًا ما يتم تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا في **نافذة العرض القياسية**، والتي تكون $[-10, 10]$ في $[-10, 10]$ بمقياس 1 على كل محور. لسرعة اختيار نافذة العرض القياسية على حاسبة TI-83/84 Plus، اضغط ZOOM 6 .

نشاط 1 تمثيل معادلة خطية بيانيًا

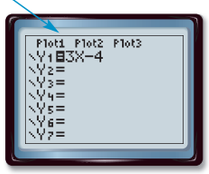
مثّل بيانيًا $3x - y = 4$

الخطوة 1 أدخل المعادلة في قائمة Y=.

- تظهر قائمة Y= المعادلة أو المعادلات التي ستمثلها بيانيًا.
- لا بد من إدخال المعادلات مع عزل y في أحد طرفي المعادلة. حل المعادلة لإيجاد قيمة y، ثم أدخل هذه القيمة في الحاسبة.

المعادلة الأصلية	$3x - y = 4$
اطرح $3x$ من كل طرف.	$3x - y - 3x = 4 - 3x$
حوّل لأبسط صورة.	$-y = -3x + 4$
اضرب كل طرف في -1	$y = 3x - 4$

تظهر علامة التساوي مظلّلة للتمثيلات البيانية التي تم اختيار عرضها.

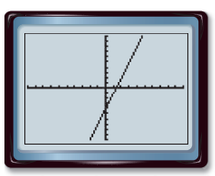


خطوات العملية على الحاسبة: 4 (−) 3 X,T,θ,n Y=

الخطوة 2 مثّل المعادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

- مثّل المعادلة المختارة بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: ZOOM 6



scl: 1 [−10, 10] في scl: 1 [−10, 10]

أحيانًا لا يتم عرض التمثيل البياني بأكمله باستخدام نافذة العرض القياسية.
يتضمن **التمثيل البياني الكامل** جميع الخصائص المهمة للتمثيل البياني على الشاشة بما يشمل نقطة الأصل والتقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y. لاحظ أن التمثيل البياني أعلاه هو تمثيل بياني كامل لأن جميع هذه النقاط ظاهرة.

عندما لا يتم عرض التمثيل البياني كاملاً باستخدام نافذة العرض القياسية، فسوف تحتاج إلى تغيير نافذة العرض لتضم تلك الخصائص المهمة. استخدم ما تعلمته بشأن التقاطعات مع المحاور لمساعدتك على اختيار نافذة عرض مناسبة.

(التتمة في الصفحة المقبلة)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف قم بتغيير نافذة العرض حتى يتسنى عرض التمثيل البياني الكامل للدالة الخطية.

المواد الخاصة بكل مجموعة

- حاسبة التمثيل البياني

نصائح للتدريس

- يمكن لحاسبة التمثيل البياني جعل التمثيلات البيانية تظهر بشكل مختلف على الشاشة. يوضح الرمز قبل كل إدخال Y= كيف سيظهر الخط. حدد الرمز واضغط على ENTER بشكل متكرر حتى يظهر نوع الخط الذي تريده.
- يتم تحديد نافذة العرض القياسية عن طريق الضغط على ZOOM 6. هذه شاشة $[-10, 10]$ في $[-10, 10]$ بالمقاييس Xscl وYscl، للرقم 1.
- يمكنك الاحتفاظ بمعادلة في قائمة Y= وجعلها لا تظهر على شاشة التمثيل البياني عن طريق تحديد رمز = والضغط على ENTER.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

ضع الطلاب في مجموعات مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب مع مراعاة مزج قدرات الطلاب. اطلب من المجموعات مساعدة بعضها البعض لإكمال الأنشطة 1-2.

تأكد من أن الطلاب قد مسحوا أو أزالوا أي معادلة في قائمة Y= غير تلك المعادلات التي يريدون تمثيلها بيانيًا.

اطرح السؤال التالي:

- في أي صيغة يجب كتابة المعادلة لكي يتم إدخالها في الحاسبة؟ عند عزل y في أحد الطرفين.
- كيف تعرف أنه تم عرض التمثيل بياني كامل في نافذتك؟ تظهر التقاطعات مع نقطة الأصل والمحور الأفقي x والمحور الرأسي y على الشاشة.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 1-15.

CH03.indb 169 8/20/2016 1:57:10 AM

مختبر تقنية التمثيل البياني
تمثيل الدوال الخطية بيانيًا تابع

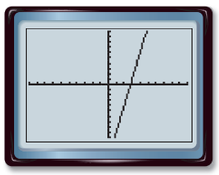
نشاط 2 رسم تمثيل بياني كامل

مثّل بيانيًا $y = 5x - 14$.

الخطوة 1 أدخل المعادلة في قائمة Y= ومثّلها بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

- احذف المعادلة السابقة من قائمة Y=. ثم أدخل المعادلة الجديدة، ومثلها بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: 6 ZOOM 14 — X,T,θ,n 5 CLEAR Y=



[−10, 10] scl: 1 في [−10, 10] scl: 1

الخطوة 2 عدّل نافذة العرض، وارسم التمثيل البياني مرة ثانية.

- نقطة الأصل والتقاطع مع المحور الأفقي x يظهران في نافذة العرض القياسية. لكن لاحظ أن التقاطع مع المحور الرأسي y يقع خارج نافذة العرض.

أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = 5x - 14$	المعادلة الأصلية
$= 5(0) - 14$	عوّض x محل 0.
$= -14$	حوّل لأبسط صورة.

تسمح هذه النافذة بعرض التمثيل البياني بأكمله بما فيه التقاطع مع المحور الرأسي y.

[−10, 10] scl: 1 في [−20, 5] scl: 1

بما أن التقاطع مع المحور الرأسي y هو 14−، فاختر نافذة عرض تتضمن عددًا أكثر من 14−. تعد النافذة [−10, 10] في [−20, 5] بمقياس 1 على كل محور، اختيارًا جيدًا.

خطوات العملية على الحاسبة: GRAPH 1 ENTER 5 ENTER −20 ENTER 1 ENTER 10 ENTER −10 WINDOW

تمرينات

استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل كل معادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية. ارسم الناتج رسمًا تخطيطيًا.

1–6. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

1. $y = x + 5$
2. $y = 5x + 6$
3. $y = 9 - 4x$
4. $3x + y = 5$
5. $x + y = -4$
6. $x - 3y = 6$

فهم طبيعة المسألة مثّل كل معادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية. حدد ما إذا كان التمثيل البياني مكتملاً. إذا كان غير مكتمل، فعدل نافذة العرض، ومثّل المعادلة بيانيًا مرة ثانية. **7–12. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

7. $y = 4x + 7$
8. $y = 9x - 5$
9. $y = 2x - 11$
10. $4x - y = 16$
11. $6x + 2y = 23$
12. $x + 4y = -36$

خذ بالنظر المعادلة الخطية $y = 3x + b$

13. اختر عددًا من القيم الموجبة والسالبة المختلفة لإيجاد b. مثّل بيانيًا كل معادلة في نافذة العرض القياسية. **راجع عمل الطلاب.**
14. أي قيمة من قيم b توضّح التمثيل البياني الكامل في نافذة العرض القياسية؟ **$-10 \le b \le 10$**
15. ما علاقة القيمة b بالتقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني $y = 3x + b$؟ **b هو التقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التقويم

التقويم التكويني

- استخدم التمرين 4 لتقييم ما إذا استوعب الطلاب كيفية إعادة كتابة المعادلة مع عزل المتغير y في أحد طرفي المعادلة وإدخاله في حاسباتهم.
- استخدم التمرين 10 لتقييم ما إذا استوعب الطلاب كيفية تعديل نافذة العرض على حاسباتهم أم لا.

من الشيء الملموس إلى المجرد

اطرح السؤال التالي:
كيف يمكن أن تساعدك الدالة $y = 3x + 15$ على اختيار نافذة عرض للتمثيل البياني الخاص بها؟ الإجابة النموذجية: بما أن b يمثل التقاطع مع المحور الرأسي yفي التمثيل البياني، فإنك تعلم أن النافذة يجب أن تتضمن $y = 15$ على الأقل.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات مراقبة تقدمهم وتقييمه وتغيير مسارهم إذا لزم الأمر. في التمارين 7–12، قد يحتاج الطلاب إلى تبديل نافذة العرض في حاسبة التمثيل البياني للحصول على المعلومات التي يحتاجونها. أكّد على أن التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y هي الخصائص الأساسية للتمثيل البياني الخطي المطلوب عرضه.

CH03.indb 170 8/20/2016 1:57:11 AM

3-3 مختبر الجبر
معدل تغير الدالة الخطية

استكشف

في الرياضيات، يمكنك قياس مدى انحدار مستقيم معين باستخدام نسبة ما.

إعداد المختبر

- ضع ثلاثة كتب فوق بعضها على طاولة مقعدك.
- ضع مسطرة بشكل مائل على الكتب لتشكل منحدرًا.
- أنزل طرف المسطرة ليلامس الطاولة.
- قِسْ التغير الرأسي والتغير الأفقي. سجل بياناتك في جدول مثل ذلك الموجود على اليسار.
- احسب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وسجلها.

التغير الرأسي / التغير الأفقي	التغير الأفقي	التغير الرأسي

النشاط

الخطوة 1

حرّك الكتب ليصبح المنحدر أكثر ميلاً. قِسْ التغير الرأسي والتغير الأفقي، وسجلهما. احسب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وسجلها.

الخطوة 2

أضف مزيدًا من الكتب إلى رزمة الكتب لجعل المنحدر أكثر ميلاً. قِسْ بياناتك، واحسبها، وسجلها في الجدول.

تحليل النتائج

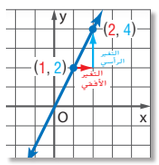
1. افحص النسب التي سجلتها. كيف تغيرت مع زيادة ميل المنحدر؟ **ازدادت النسب.**

2. **وضع التنبؤات** باقتراض أنك تريد إنشاء منحدر للوح تزلج ليس في مثل انحدار ذلك الظاهر على اليسار.

$m = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

أدرج ثلاث مجموعات مختلفة من مقاييس $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ التي سينتج عنها منحدر أقل ميلاً. تحقق من توقعاتك عن طريق حساب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ لكل منحدر. **ستكون الإجابات متنوعة.**

3. انسخ التمثيل البياني الإحداثي الموضح. وارسم مستقيمًا يمر بنقطة الأصل على أن تكون نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ أكبر من الخط الأصلي. ثم ارسم مستقيمًا يمر عبر نقطة الأصل على أن تكون النسبة أقل من نسبة الخط الأصلي.



فسّر السبب الذي يجعل المستقيمات التي رسمتها لها نسبة أكبر أو أقل من الخط الأصلي.

مستخدمًا المصطلحين التغير الرأسي و التغير الأفقي. **ستتنوع الإجابات.**

4. لقد رأينا ما يحدث على التمثيل البياني مع اقتراب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ إلى الصفر. ماذا تتوقع أن يحدث عندما تكون النسبة صفرًا؟ اشرح استنتاجك. اذكر مثالًا يدعم توقعك.

الإجابة النموذجية: إذا كانت النسبة صفرًا، فلا بد من أن يكون التغير الرأسي صفرًا. إذًا، الخط لا يرتفع، ويكون أفقيًا. الخط المار بـ (2 ,0) و (2 ,2) له نسبة قيمتها 0 ، وهو أفقي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

من الشيء الملموس إلى المجرد

أعط الطلاب قطعة من مكرونة السباجيتي غير المطهية وشبكة إحداثيات. اطلب منهم وضع مكرونة السباجيتي على الشبكة وتسجيل الميل للخط المُمثل. كرر هذا النشاط خمس مرات.

توسيع المفهوم

اطرح السؤال التالي:

- إذا كان التغير الأفقي لا يساوي صفرًا، فهل يمثل $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ كسرًا دائمًا؟ يمكن التعبير دومًا عن $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ على صورة كسر، حتى وإن كان يبدو كعدد صحيح.
- إذا كان التغير الأفقي لا يساوي صفرًا، فهل من الممكن أن يكون $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ رقمًا سالبًا؟ متى؟ نعم؛ يكون $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ رقمًا سالبًا عندما يميل الخط إلى الأسفل من اليسار إلى اليمين.

1 التركيز

الهدف استقصاء انحدار خط معين باستخدام مواد محسوسة.

المواد لكل مجموعة

- مسطرتان
- 5 كتب
- جزء كبير من شريط
- ورق التمثيل بياني

سهولة إعداد الوسائل التعليمية اليدوية

تدريس الجبر باستخدام الوسائل التعليمية اليدوية

- قالب لورق التمثيل البياني، صفحة 1

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

ضع الطلاب في مجموعات مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب مع مراعاة مزج قدرات الطلاب. اطلب من المجموعات إكمال النشاط والتمرين 1.

اطرح السؤال التالي:

- أي قياس أو تغير رأسي أو تغير أفقي يتغير عندما تنقل الكتب؟ التغير الأفقي
- في الخطوة 2، أي قياس يتغير عندما تضيف الكتب؟ التغير الرأسي

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمرينين 2 و 3.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 4 لتقييم استيعاب الطلاب لكيفية إيجاد ميل من التمثيل بياني إحداثي.

CH03.indb 171 8/20/2016 1:57:12 AM